



Számrendszerek

Az őskorban a számok leírására jeleket használtak. A fejlett ókori társadalomban a számokkal már műveletek végzése is szükségessé vált, ezért a számokat (tárgyakat, elemeket) csoportosították, s egy-egy nagyobb csoportra újabb jeleket vezettek be. Attól függően, hogy hány számból képezzünk újabb csoportokat, különböző számrendszerekről beszélünk.

Az ötös számrendszert egyes dél-amerikai indián törzsek még ma is használják. Így számolnak: egy, kettő, három, négy, egy kéz, egy kéz és egy, egy kéz és kettő, ..., egy kéz és négy, két kéz, két kéz és egy, ..., két kéz és négy, három kéz, ...

A hatos számrendszer egyes északnyugat-afrikai törzseknél fordul elő, keverve a tizenkettes számrendszerrel. Ez utóbbira utaló jelek az európai kultúrában is felfedezhetők. Elég, ha az év hónapjaira, vagy az óra számlapjára gondolunk.

A húszas számrendszert a maják és a kelták használták. A babilóniaiak hatvanas számrendszerben számoltak, innen ered az óra 60 perce, a perc 60 másodperce. A fokban mért szögmérés 360° -a, az $1^\circ = 60$ szögperc = 60 szögmásodperc.

A számolás legegyszerűbb eszköze a kéz az ujjakkal, ezért általánosságban a tízes számrendszer terjedt el. (Tíz egyes alkot egy tízes csoportot, tíz tízes alkot egy százas csoportot, ...)

A számrendszer (csoportosítás) alapszáma meghatározza a felhasználható számjegyek számát. Például:

- az ötös számrendszerben a 0; 1; 2; 3; 4 számjegyek fordulnak elő. A tízes számrendszerbeli ötöt 10_5 , a hatot 11_5 , ... a tízet 20_5 a tizenegyet 21_5 alakban ... írjuk, ahol a számrendszer alapszámát a jobb alsó helyre írt szám jelzi, (A tízes számrendszerben ilyen jelzést nem alkalmazunk.)
- a hármasszámrendszerben 0; 1; 2 számjegyek fordulnak elő. A tízes számrendszerbeli hármat 10_3 , a négyet 11_3 , ... a hatot 20_3 , a hetet 21_3 alakban ... írjuk.

Mintapéldák

- 1.) Az egyik dél-amerikai indián törzsnek a mi írásmódunk szerint 32 iskolás gyereke van. Írd le az általuk használt számrendszerben az iskolások számát!

A fentiekből tudjuk, hogy ötös számrendszert használnak. A 32 tanuló hat ötös csoportba osztható és marad két tanuló. A hat ötös csoportból egy újabb ötös (ötször ötös) csoport képezhető, és kimarad egy ötös csoport. Így $32 = 112_5$.

Helyiérték-táblázatba foglalva:

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 (=5^4)$ hatszázhuszonötös	$5 \cdot 5 \cdot 5 (=5^3)$ százhuszonötös	$5 \cdot 5 (=5^2)$ huszonötös	5 ötös	1 egyes
		1	1	2

- 2.) Több törzs gyermekei járnak egy iskolába. 2103_5 tanulója van ennek az iskolának. A mi számrendszerünk szerint hány tanulót jelent ez?

A helyiérték-táblázat segít a megoldásban.

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 (=5^4)$ hatszázhuszonötös	$5 \cdot 5 \cdot 5 (=5^3)$ százhuszonötös	$5 \cdot 5 (=5^2)$ huszonötös	5 ötös	1 egyes
	2	1	0	3

$2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 + 1 \cdot 5 \cdot 5 + 0 \cdot 5 + 3 \cdot 1 = 278.$

$2103_5 = 278$ gyerek jár ebbe az iskolába.

- 3.) Az egész indián tartományban 702 tanuló jár iskolába. Hogyan írják ők a saját számrendszerükben?

*Az előbb megismert mód nagyobb számoknál már nehézkes, ezért más módon számolunk (úgynevezett **maradékos osztással**).*

702 : 5 = 140 (ötös csoport) és kimarad 2 egyes

140 : 5 = 28 (huszonötös) és nem marad ki ötös csoport (0 ötös csoport)

28 : 5 = 5 (százhuszonötös) és kimarad 3 huszonötös

5 : 5 = 1 (hatszázhuszonötös) és nem marad ki százhuszonötös csoport (0 százhuszonötös csoport)

1 : 5 = 0 (háromezer-százhuszonötös) és kimarad 1 hatszázhuszonötös.

702 = 10302₅ a tanulók száma.

- 4.) Műveleteket is végezhetünk ezekkel a számokkal. Mennyi a $32232_5 + 4121_5$?

2 egyes + 1 egyes = 3 egyes; 3 ötös + 2 ötös = 5 ötös, azaz 1 huszonötös és 0 ötös ($3_5 + 2_5 = 10_5$) maradt 1, amit továbbviszünk a következő oszlopba; $2 + 1 + (1 \text{ maradék az előző oszlopból}) = 4$ huszonötös; $2 + 4$ százhuszonötös = 1 hatszázhuszonötös + 1 százhuszonötös ($2_5 + 4_5 = 11_5$) maradt 1, amit továbbviszünk a következő oszlopba, így a hatszázhuszonötös oszlopba 4 kerül.

$$\begin{array}{r} 32232_5 \\ + 4121_5 \\ \hline 41403_5 \end{array}$$

Gyakorló feladatok

- Készíts: a) kettes helyiérték-táblázatot! Írd át a 73-at kettes számrendszerbe!
b) hármas helyiérték-táblázatot! Írd át a 92-t hármas számrendszerbe!
c) négyes helyiérték-táblázatot! Írd át a 234-et négyes számrendszerbe!
- Írd át a következő számokat tízes számrendszerbe: 101101_2 , 102101_3 , 12301_4 !
- Végezd el a következő összeadásokat: $1023_4 + 203_4$!
- Melyik szám a nagyobb 42_7 vagy 131_4 ?

Kitűzött feladatok

- A következő számok közül melyik felel meg a 2013-nak?
a) 1201211_3 b) 133131_4 c) 31023_5
- Vicces kedvű nagyapát megkérdezte az egyik barátja, hogy hány évesek az unokái. A nagyapa, mivel tudta, hogy a barátja szereti a matematikát, így válaszolt: 1001_2 , 102_3 , 103_4 , 23_5 , 31_6 , 22_7 ! Vannak-e egyidősek, hány éves a legidősebb és a legfiatalabb?
- Az alábbi számok ötös alapú számrendszerben vannak:
 321 , 342 , 424 , 410 , 403 , 444 , 340 , 301 . Ebből a nyolc számból négy olyan számpár képezhető, melyeknek az összege tízes számrendszerbe írva 200. Melyek ezek a számpárok?
- Rendelkezésünkre áll **1 kg** -os, **2 kg** -os, **4 kg** -os, **8 kg** -os és **16 kg** -os tömegekből egy-egy darab és egy kétkarú mérleg. Milyen tömegű tárgyakat tudunk lemérni, ha az ismert tömegeket az egyik serpenyőbe helyezük?
- Milyen „számországban” lehetnek igazak a következő egyenlőségek?
a) $1111_a + 1_a = 10000_a$ b) $1111_b + 2_b = 1120_b$ c) $1111_c + 2222_c = 3333_c$

Beküldési határidő:

2013. 12. 17.

Postai cím:

Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.